

Άσκηση 1. Δίνονται τα σημεία $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$, $\Gamma(1, 3, 3)$. Να βρεθούν η διανυσματική εξίσωση, οι παραμετρικές εξισώσεις και η αναλυτική εξίσωση του επιπέδου το οποίο διέρχεται από αυτά.

Άσκηση 2. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου, το οποίο διέρχεται από τα σημεία $A(0, 1, 1)$, $B(1, 0, 1)$ και είναι παράλληλο στο διάνυσμα:

$$\alpha) \vec{\alpha} = (1, 1, 3). \\ \beta) \vec{\alpha} = (2, -2, 0).$$

Άσκηση 3. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου, το οποίο διέρχεται από τα σημεία $A(2, 0, 0)$, $B(0, -3, 1)$ και είναι κάθετο στο επίπεδο $2x - y + 2z = 20 = 0$.

Άσκηση 4. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου, το οποίο διέρχεται από το σημείο $A(2, 1, -1)$ και είναι κάθετο στα επίπεδα

$$(\pi_1) : 2x + y - 3 = 0 \text{ και } (\pi_2) : x + 2y + z = 2.$$

Άσκηση 5. Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (1, 1, 2)$ είναι παράλληλο στο επίπεδο $3x - 3y + 11 = 0$.

Άσκηση 6. Θεωρούμε το επίπεδο (π_1) για το οποίο γνωρίζουμε ότι διέρχεται από το σημείο $P_1(1, -1, 1)$ και είναι παράλληλο στο επίπεδο: $2x - 3y + z + 1 = 0$. Επιπλέον, θεωρούμε το επίπεδο (π_2) για το οποίο γνωρίζουμε ότι διέρχεται από το σημείο $P_2(1, 0, 0)$ και είναι κάθετο στα επίπεδα: $3x + 2y + 1 = 0$ και $-\frac{1}{2}x + z + 1 = 0$.

Να προσδιορίσετε τη σχετική θέση των επιπέδων (π_1) και (π_2) και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απόσταση αυτών.

Άσκηση 7. Δίνονται τα σημεία $A(1, -1, 2)$, $B(2, 2, 2)$, $\Gamma(0, 1, -3)$, $\Delta(1, 1, \lambda) \in \mathbb{R}^3$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

Να προσδιοριστεί η τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε τα σημεία A, B, Γ, Δ να είναι συνεπίεδα. Να προσδιορίσετε ένα κάθετο, ένα μοναδιαίο κάθετο και ένα παράλληλο διάνυσμα στο επίπεδο που ορίζουν τα σημεία A, B, Γ, Δ . Στη συνέχεια, να προσδιορίσετε ένα κάθετο και ένα παράλληλο επίπεδο ως προς το επίπεδο που ορίζουν τα σημεία A, B, Γ, Δ .

Άσκηση 8. Να προσδιορίσετε τη γωνία των επιπέδων

$$(\pi_1) : 2x - 2y + 3z - 1 = 0 \text{ και } (\pi_2) : -2x + 2y - 3z + 17 = 0.$$

Άσκηση 9. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου, το οποίο είναι παράλληλο στο επίπεδο

$$(\pi) : 2x - 3y - 6z - 14 = 0,$$

έχει απόσταση 5 από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(1, 1, 1)$ ανήκει στον θετικό ημιχώρο του.

Άσκηση 10. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου, το οποίο είναι παράλληλο στο επίπεδο xz και απέχει 4 μονάδες από αυτό.

Άσκηση 11. Να γράψετε ένα παράδειγμα δύο παράλληλων επιπέδων. Στη συνέχεια, να βρεθεί η απόστασή τους καθώς και η εξίσωση του μεσοπαράλληλου επιπέδου.

Άσκηση 12. Δίνονται τα επίπεδα

$$(\pi_1) : x + 2y + 3z - 4 = 0 \text{ και } (\pi_2) : 5x + z = 3.$$

Να βρεθούν οι εξισώσεις των επιπέδων που διχοτομούν τις δύο diedρες γωνίες των επιπέδων (π_1) , (π_2) .
Να προσδιορίσετε την εξίσωση του επιπέδου που διχοτομεί τη diedρη γωνία των επιπέδων (π_1) και (π_2) αν γνωρίζουμε ότι το σημείο $A(1, 1, -1)$ βρίσκεται στο εσωτερικό αυτής.